卫星导航定位原理与应用

第四章：GPS定位中的误差源

主讲： 王 华

内容提要

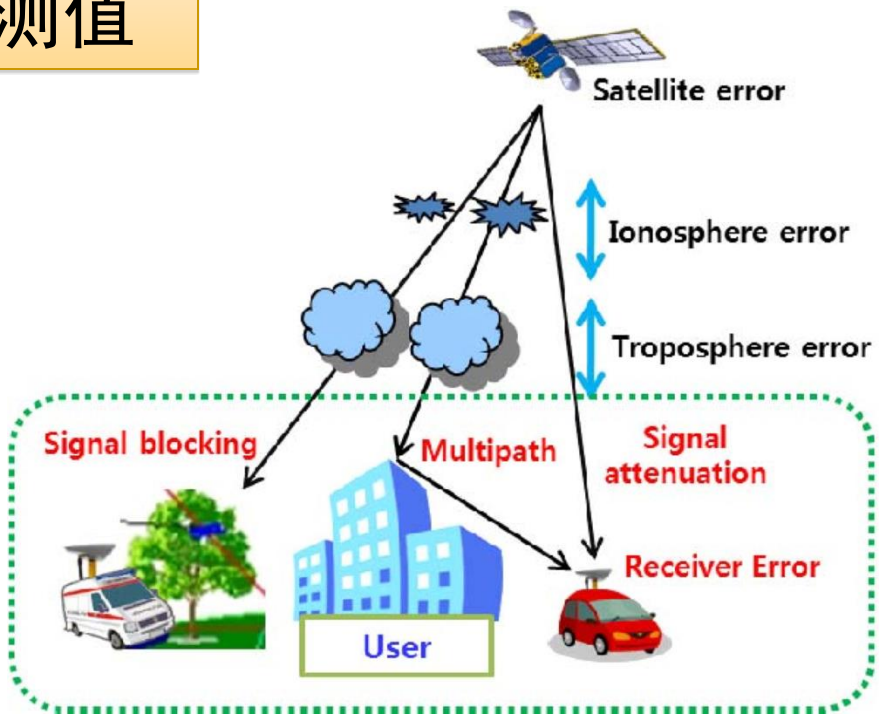
1. 概述
2. 相对论效应
3. 钟误差
4. 卫星星历误差
5. 电离层延迟
6. 对流层延迟
7. 多路径误差
8. 其他误差改正

1. 概述

GPS测量误差的来源

- 与卫星有关的误差
  - 卫星星历（轨道）误差
  - 卫星钟差
  - 相对论效应
  - 信号在卫星内的延迟
  - 卫星天线相位中心偏差

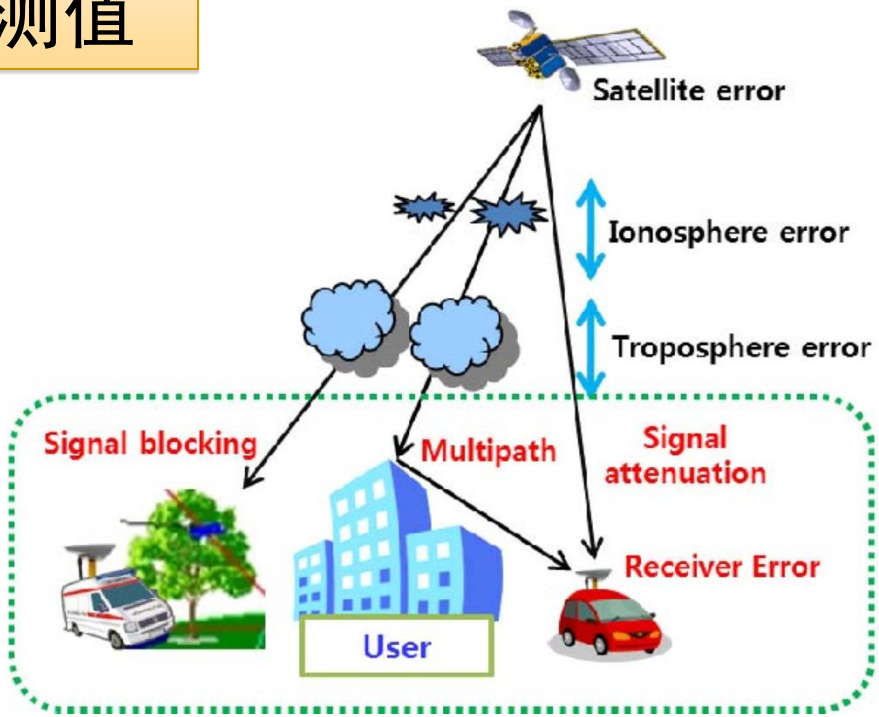
影响参考点
影响观测值



GPS测量误差的来源

- 与卫星有关的误差
- 与传播途径有关的误差
  - 电离层延迟
  - 对流层延迟
  - 多路径效应

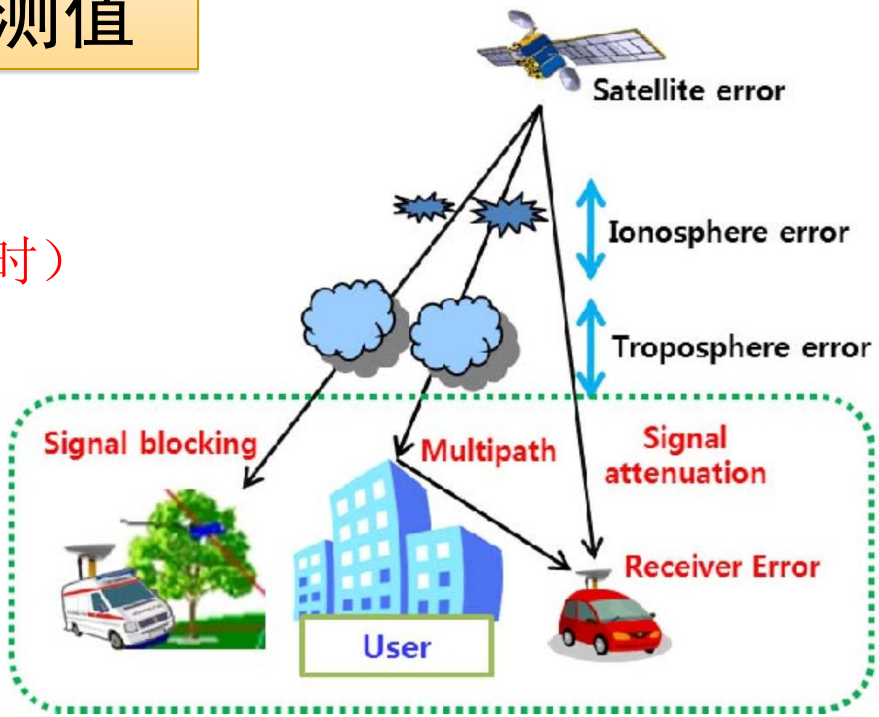
影响参考点
影响观测值



GPS测量误差的来源

- 与卫星有关的误差
- 与传播途径有关的误差
- 与接收设备有关的误差
  - 接收机钟差
  - 已知的接收机的位置误差（定轨、授时）
  - 接收机的测量噪声
  - 接收机天线相位中心的偏差
  - 信号在接收机内的时延

影响参考点
影响观测值



消除或消弱各种误差影响的方法

- 模型改正法
  - 原理：利用模型计算出误差影响的大小，直接对观测值进行修正
  - 适用情况：对误差的特性、机制及产生原因有较深刻了解，能建立理论或经验公式
  - 所针对的误差源
    - 相对论效应
    - 电离层延迟
    - 对流层延迟
    - 卫星钟差
  - 局限性：有些误差难以模型化

消除或消弱各种误差影响的方法

- 求差法
  - 原理：通过观测值间一定方式的相互求差，消去或消弱求差观测值中所包含的相同或相似的误差影响
  - 适用情况：误差具有较强的空间、时间或其它类型的相关性。
  - 所针对的误差源
    - 电离层延迟
    - 对流层延迟
    - 卫星轨道误差
    - …
  - 局限性：空间相关性将随着测站间距离的增加而减弱

消除或消弱各种误差影响的方法

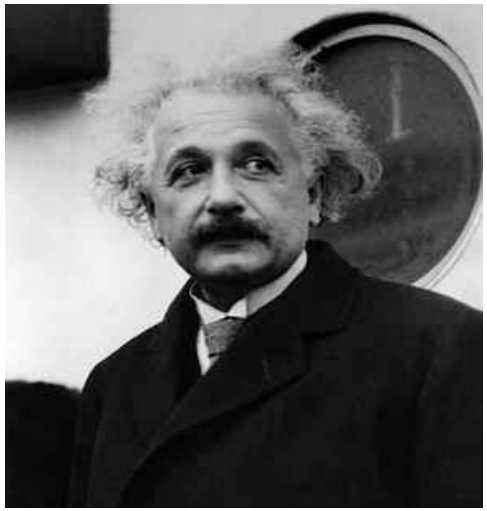
- 参数法
  - 原理：采用参数估计的方法，将系统性偏差求定出来
  - 适用情况：几乎适用于任何的情况
  - 局限性：不能同时将所有影响均作为参数来估计

消除或消弱各种误差影响的方法

- 回避法
  - 原理：选择合适的观测地点，避开易产生误差的环境；采用特殊的观测方法；采用特殊的硬件设备，消除或减弱误差的影响
  - 适用情况：对误差产生的条件及原因有所了解；具有特殊的设备。
  - 所针对的误差源
    - 电磁波干扰
    - 多路径效应
  - 局限性：无法完全避免误差的影响，具有一定的盲目性

2. 相对论效应

相对论效应对卫星钟的影响



- 狭义相对论(1905)
  - 原理：时间膨胀。钟的频率与其运动速度有关。
  - 对GPS卫星钟的影响：

若卫星在地心惯性坐标系中的运动速度为V_s，则在地面频率为f的钟若安置到卫星上，其频率f_s将变为：

$$f_s = f[1-(\frac{V_s}{c})^2]^{1/2} \approx f(1-\frac{V_s^2}{2c^2})$$

即两者的频率差Δf_s为

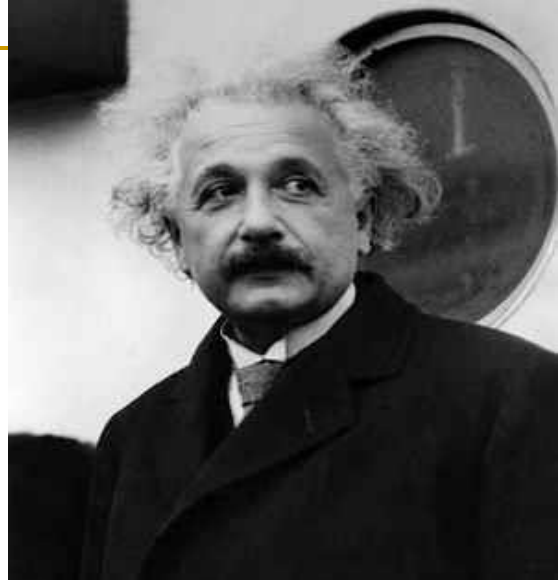
$$\Delta f_s = f_s - f = -\frac{V_s^2}{2c^2}\cdot f$$

考虑到GPS卫星的平均运动速度$V_s = 3874\,m/s$和真空中的光速$c = 299792458\,m/s$，则

$$\Delta f_s = -0.835\times10^{-10}\cdot f$$

  - 结论：在狭义相对论效应作用下，卫星上钟的频率将变慢

相对论效应对卫星钟的影响



- 广义相对论
  - 原理：钟的频率与其所处的重力位有关
  - 对GPS卫星钟的影响：

若卫星所在处的重力位为W_s，地面测站处的重力位为W_T，
则同一台钟放在卫星上与放在地面上时钟频率将的差异Δf_2为：

$$\Delta f_2 = \frac{W_s - W_T}{c^2} \cdot f = \frac{\mu}{c^2} \cdot f \cdot (\frac{1}{R} - \frac{1}{r})$$

其中$\mu = 3.986005 \times 10^{14}\ m^3/s^2$，若地面处的地心距$R$近似取$6378km$，
卫星的地心距近似取$26560km$，则

$$\Delta f_2 = 5.284 \times 10^{-10} \cdot f$$

  - 结论：在广义相对论效应作用下，卫星上钟的频率将变快

相对论效应对卫星钟的影响

- 相对论效应对卫星钟的影响
  - 狭义相对论＋广义相对论

$$\mathrm{D}f = \mathrm{D}f_1 + \mathrm{D}f_2 = 4.45 \times 10^{-10} \cdot f$$

解决相对论效应对卫星钟影响的方法

- 方法（分两步）：首先考虑假定卫星轨道为圆轨道的情况；然后考虑卫星轨道为椭圆轨道的情况。
  - 第一步：在地面上调低将要搭载到卫星上的时钟频率

$$10.23MHz \times (1-4.45\times 10^{-10}) = 10.22999999545MHz$$

  - 第二步：根据实时轨道数据修正卫星时钟频率

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{-2\sqrt{am}}{c^2} e\sin E \\ &= 2290 e\sin E \\ \Delta r &= 686.42 e\sin E \end{aligned}$$

$$if\ e = 0.01,\quad \Delta t = 22.9ns,\quad \Delta r = 6.864m$$

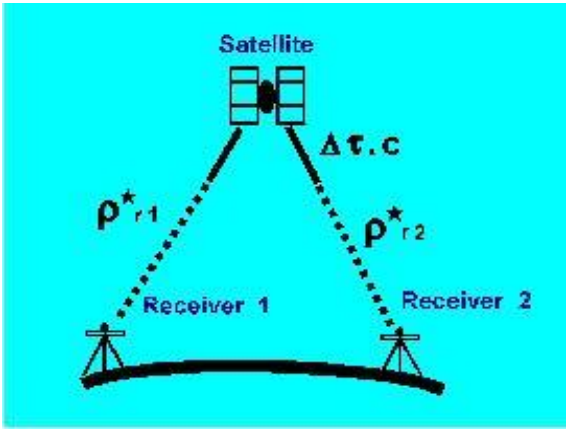
3. 钟误差

钟差对测距的影响

$$r = (t_2 - t_1) \times c$$

$$dr = (dT_R - dT_S) \times c$$

卫星钟差



- 定义

物理同步误差：GPS卫星钟给出的时间与标准GPS时之差(实际钟差)

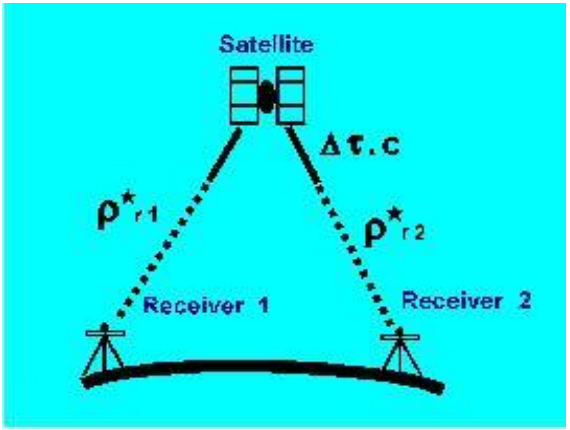
数学同步误差：顾及钟差多项式改正后卫星钟与标准GPS时之差（残差）

$$Dt = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2 + \int_{t_0}^{t} y(t)\,dt$$

数学同步误差主要由钟差多项式的预报误差和被略去的随机项引起的。

物理同步误差一般控制在1ms以内（300km），数学同步误差为5-10ns（1.5-3m）。

卫星钟差



- 应对方法
  - 模型改正

    钟差改正多项式

$$\Delta t = a_0 + a_1(t - t_o) + a_2(t - t_o)^2$$

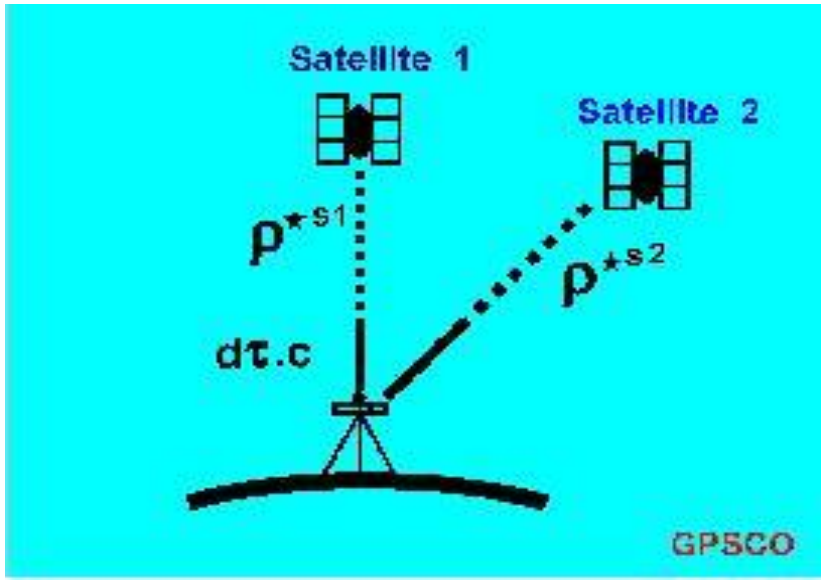
    其中a_0为t时刻的时钟偏差，a_1为钟的漂移，a_2为老化率。
  - 相对定位或差分定位
  - 采用其它渠道获得钟差参数，比如IGS。

接收机钟差

- **定义**

  GPS接收机一般采用石英钟，接收机钟与理想的GPS时之间存在的偏差和漂移。

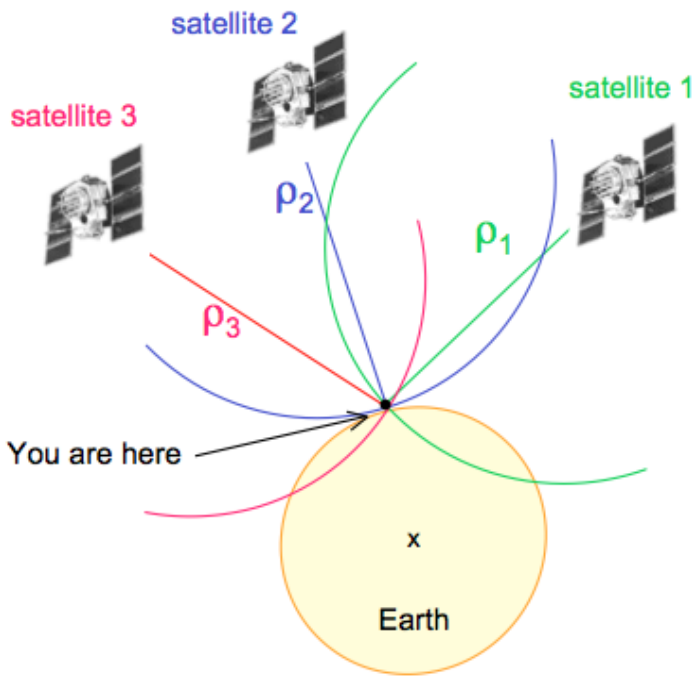
- **应对方法**
  - 作为未知数处理
  - 相对定位或差分定位



4. 卫星星历误差

卫星星历误差

- **定义：** 由卫星星历给出的卫星轨道与卫星的实际轨道之差。
- **广播星历：** 由GPS地面控制部分所确定和提供的，经GPS卫星向全球用户公开播发的一种预报星历，其精度较差。
  - 精度：无SA5-7米、有SA50-100米
  - 格式：参考时刻的轨道根数及其变化率



- **精密星历：** 为满足大地测量、地球动力学研究等精密应用领域的需要而研制、生产的一种高精度的事后星历。
  - 精度：美国国防制图局2米、IGS5厘米
  - 格式：以一定时间间隔直接给出卫星在空间的三维坐标和速度

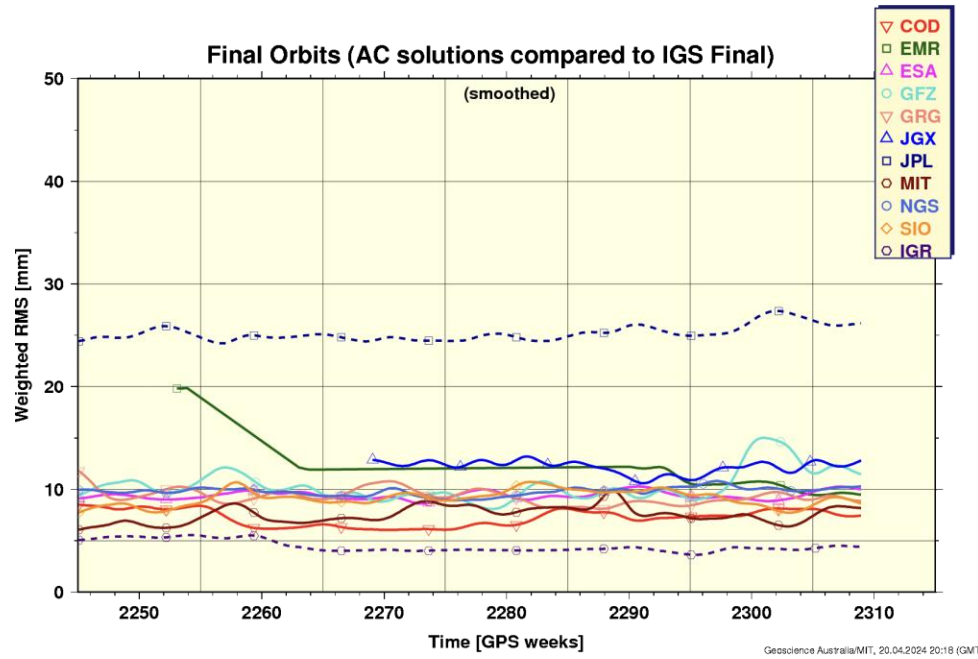
IGS-International GNSS Service

- International service of the IAG (https://igs.org)
- 500+ permanent GNSS stations
- Test campaign in 1992, routine operations since 1994
- Provide precise GNSS products (orbit, clock etc)

IGS产品

- 卫星星历
- 卫星钟和跟踪站接收机钟的钟差
- 跟踪站的站坐标和速度
- 地球自转参数
- 大气参数

https://igs.org/products/



Type		Accuracy	Latency	Updates	Sample Interval
Broadcast	orbits	~100 cm	real time	–	daily
	Sat. clocks	~5 ns RMS ~2.5 ns SDev			
Ultra-Rapid (predicted half)	orbits	~5 cm	real time	at 03, 09, 15, 21 UTC	15 min
	Sat. clocks	~3 ns RMS ~1.5 ns SDev			
Ultra-Rapid (observed half)	orbits	~3 cm	3 – 9 hours	at 03, 09, 15, 21 UTC	15 min
	Sat. clocks	~150 ps RMS ~50 ps SDev			
Rapid	orbits	~2.5 cm	17 – 41 hours	at 17 UTC daily	15 min
	Sat. & Stn. clocks	~75 ps RMS ~25 ps SDev			5 min
Final	orbits	~2.5 cm	12 – 19 days	every Friday	15 min
	Sat. & Stn. clocks	~75 ps RMS ~20 ps SDev			Sat.: 30s Stn.: 5 min

卫星星历误差对单点定位的影响

星历误差对单点定位的影响主要取决于卫星到接收机的距离以及用于定位或导航的GPS卫星与接收机构成的几何图形，影响值与轨道精度相当。

单点定位的观测方程：

$$\tilde{\rho}_i = \sqrt{(X^i - X)^2 + (Y^i - Y)^2 + (Z^i - Z)^2} - c \times V_{t_R} + c \times V_{t^S} - (V_{ion})_i - (V_{trop})_i$$

线性化（相对于卫星轨道参数）：

$$\tilde{\rho}_i = -\frac{X^{i0} - X_0}{(\rho_0)_i} V_{X^i} - \frac{Y^{i0} - Y_0}{(\rho_0)_i} V_{Y^i} - \frac{Z^{i0} - Z_0}{(\rho_0)_i} V_{Z^i} - cV_{t_R} + (\rho_0)_i + cV_{t^S} - (V_{ion})_i - (V_{trop})_i$$

卫星星历误差对相对定位的影响

星历误差对相对定位的影响

- 广播星历：10^{-7}
- 精密星历：10^{-9}

$$\frac{\Delta b}{b} = (\frac{1}{4} \sim \frac{1}{10}) \times \frac{SS'}{\rho}$$

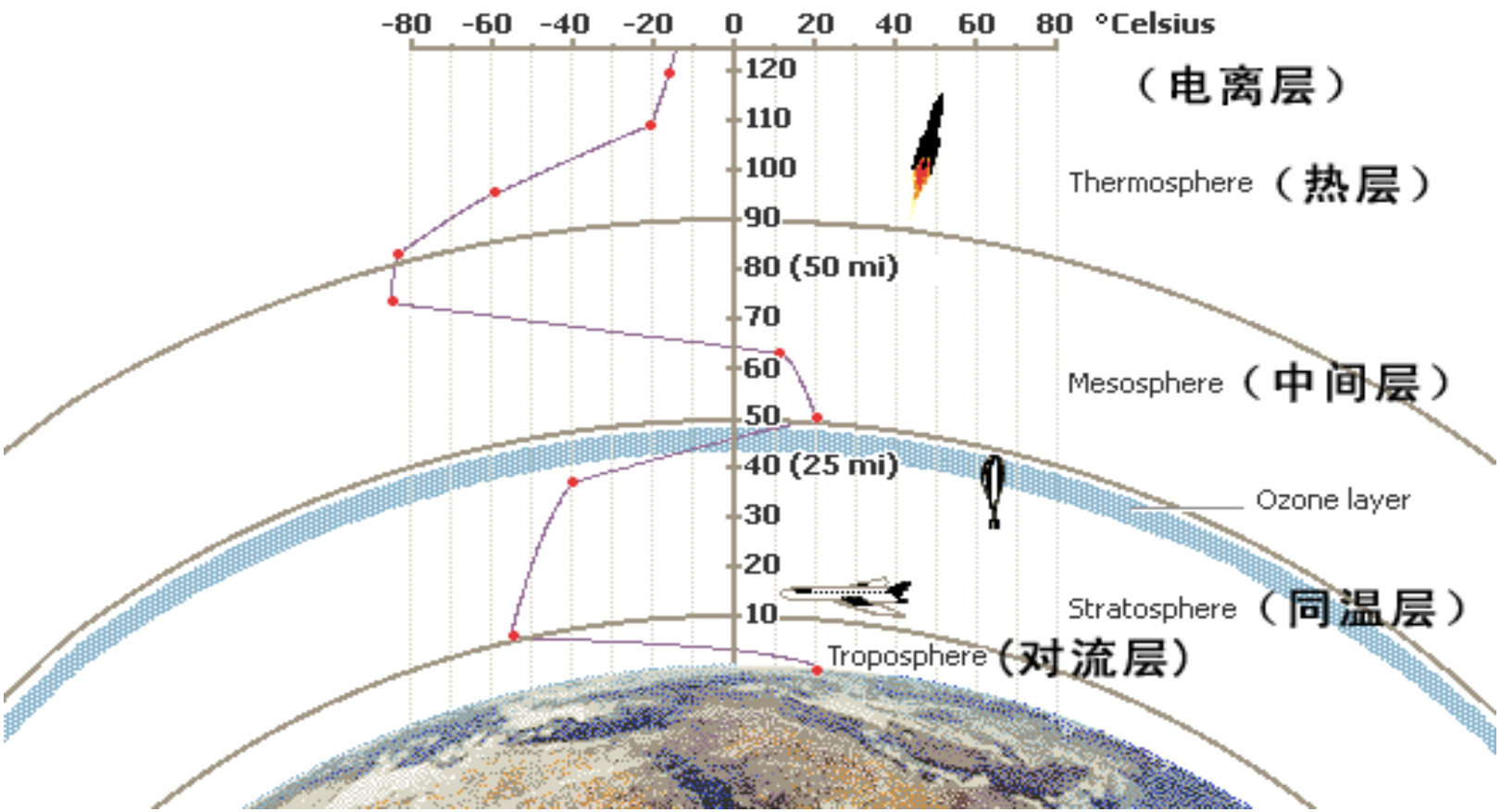
卫星星历误差的消除办法

- 采用精密星历
- 采用相对定位

5. 电离层延迟

地球大气结构

电离层：60-1000km



大气折射效应

- **大气折射**

  信号在穿过大气时，速度将发生变化，传播路径也将发生弯曲。也称大气延迟。在GPS测量定位中，通常仅考虑信号传播速度的变化。

$$\Delta\rho_a \approx \Delta\rho_N = 10^{-6}\int \frac{N}{\cos\theta}dz \qquad [\mathrm{km}]$$

$$\Delta\rho_{a,Z} = \Delta\rho_{a,HZD} + \Delta\rho_{a,WZD} + \Delta\rho_{a,LZD} + \Delta\rho_{a,IZD}$$

- **色散介质与非色散介质**
  - 色散介质：对不同频率的信号，所产生的折射效应也不同
  - 非色散介质：对不同频率的信号，所产生的折射效应相同
  - 对GPS信号来说，电离层是色散介质，对流层是非色散介质

电离层对GPS影响：天顶方向十几米，高度角5度方向可超过50米

相速与群速

相速

假设单一频率的电磁波在空间传播，该电磁波相位的速度为：

$$v_P = \lambda \cdot f$$

群速

对于频率略微不同的一群波来说，其最终能量的传播可以用“群速”表示：

$$v_G = -\frac{df}{d\lambda} \cdot \lambda^2$$

电离层延迟

- 电离层折射对载波相位所造成的延迟改正数为：

$$v_P = \frac{c}{n_p} = \frac{c}{1-40.3\frac{N_e}{f^2}} = c\left(1+40.3\frac{N_e}{f^2}\right)$$

$$\rho = \int_{\Delta t'} v_P dt = \int_{\Delta t'} c\left(1+40.3\frac{N_e}{f^2}\right)dt = c\cdot\Delta t' + \frac{40.3}{f^2}\cdot\int_{\Delta t'} c\cdot N_e dt$$

$$ds = c\cdot dt \qquad \rho' = c\cdot\Delta t'$$

$$\rho = \rho' + \frac{40.3}{f^2}\cdot\int_S N_e ds$$

$$(V_{ion})_P = \frac{40.3}{f^2}\int N_e ds = \frac{40.3}{f^2}TEC$$

电离层延迟

- 电离层折射对测距码所造成的延迟改正数为：

$$v_G = \frac{c}{n_G} = \frac{c}{1+40.3\frac{N_e}{f^2}} = c\left(1-40.3\frac{N_e}{f^2}\right)$$

$$\rho = \int_{\Delta t'} v_P dt = \int_{\Delta t'} c\left(1-40.3\frac{N_e}{f^2}\right)dt = c\cdot\Delta t' - \frac{40.3}{f^2}\cdot\int_{\Delta t'} c\cdot N_e dt$$

$$ds = c\cdot dt \qquad \rho' = c\cdot\Delta t'$$

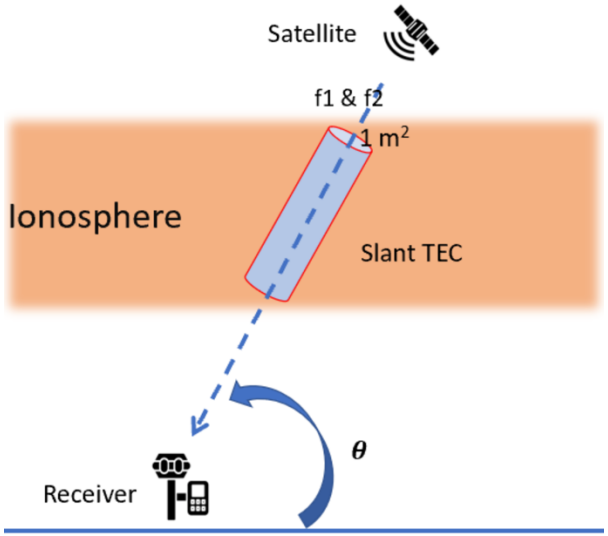
$$\rho = \rho' - \frac{40.3}{f^2}\cdot\int_S N_e ds$$

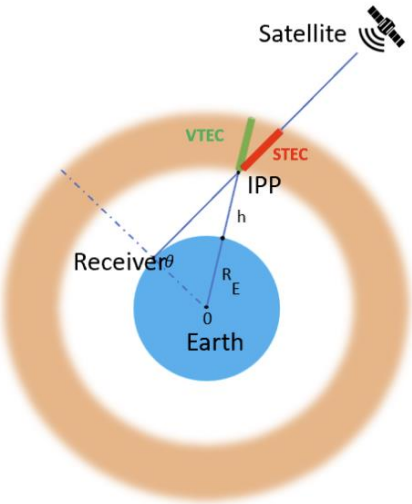
$$(V_{ion})_G = -\frac{40.3}{f^2}\int N_e ds = -\frac{40.3}{f^2}TEC$$

■伪距和相位测量受电离层影响大小相等、符号相反。
■电离层延迟量的大小与总电子含量（TEC）相关。

电子密度与总电子含量

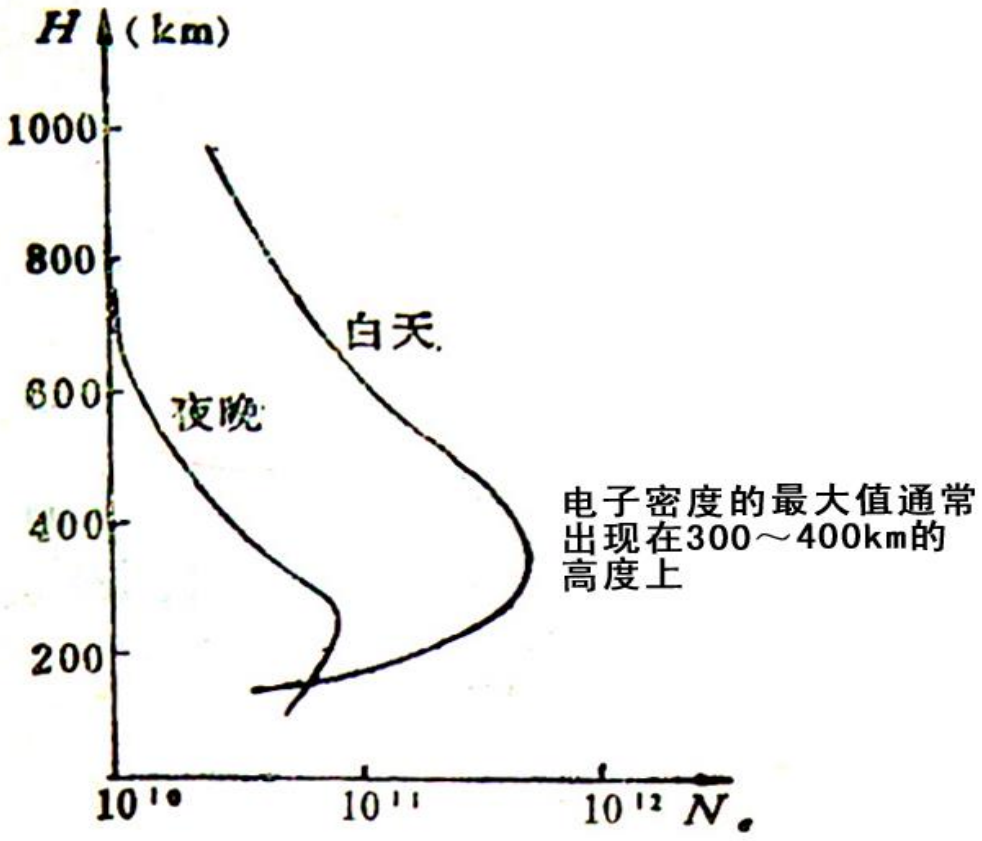
- 电子密度：单位体积中所包含的电子数。
- 总电子含量（TEC – Total Electron Content）：底面积为一个单位面积时沿信号传播路径贯穿整个电离层的一个柱体内所含的电子总数。





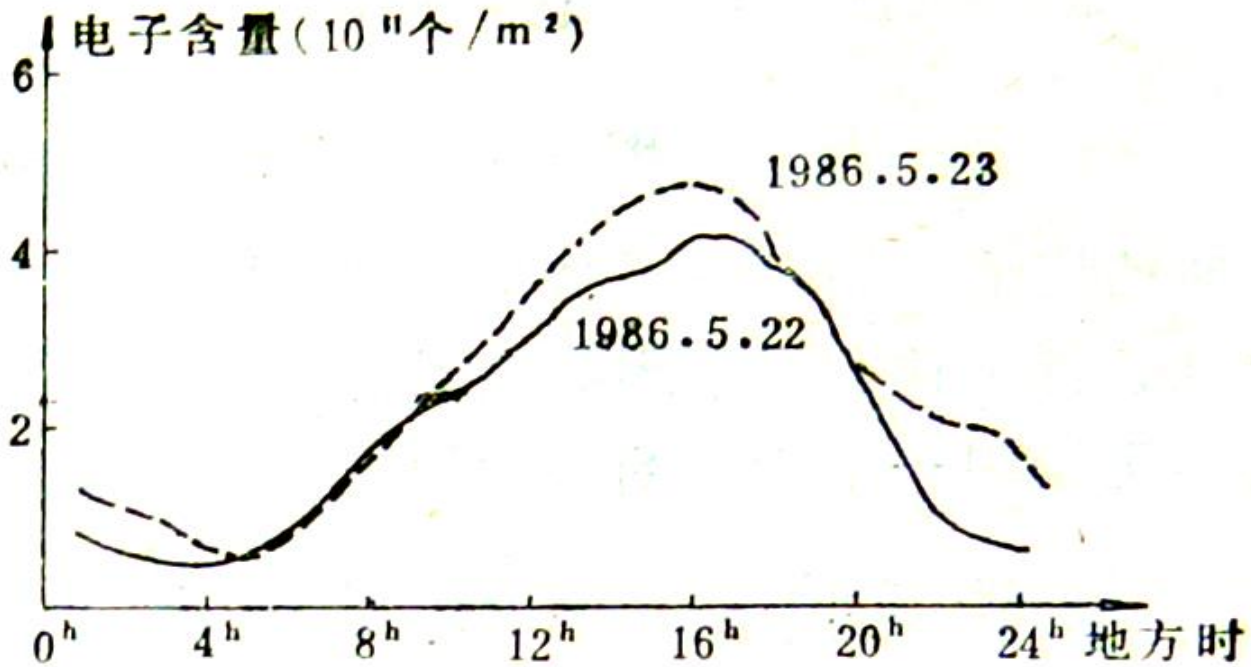
电子密度与哪些因素有关？

- 大气高程
- 地方时
- 太阳活动
- 季节
- 地理位置
- 地震活动等



电子密度与哪些因素有关？

- 大气高程
- 地方时
- 太阳活动
- 季节
- 地理位置
- 地震活动等



电子密度与哪些因素有关？

- 大气高程
- 地方时
- 太阳活动
- 季节
- 地理位置
- 地震活动等

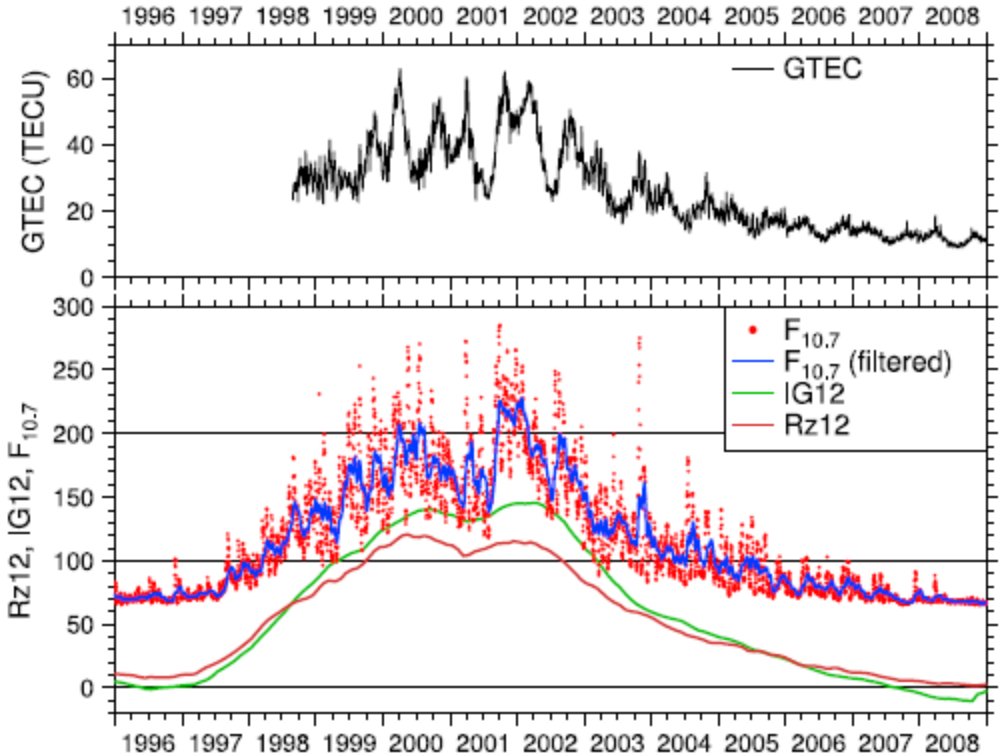


Figure 1. (top) The global mean total electron content GTEC (daily values at 2000 UTC), correlates well with (bottom) the solar radio flux value $F_{10.7}$ (daily values at 2000 UTC, red dots), particularly when the latter is smoothed with a 40 day boxcar filter (blue line). The 12 month running average of the sunspot number Rz12 (brown) and the global ionosphere index IG12 (green) are input parameters of the IRI models.

Scharroo & Smith, 2010, JGR

电子密度与哪些因素有关？

- 大气高程
- 地方时
- 太阳活动
- 季节
- 地理位置
- 地震活动等

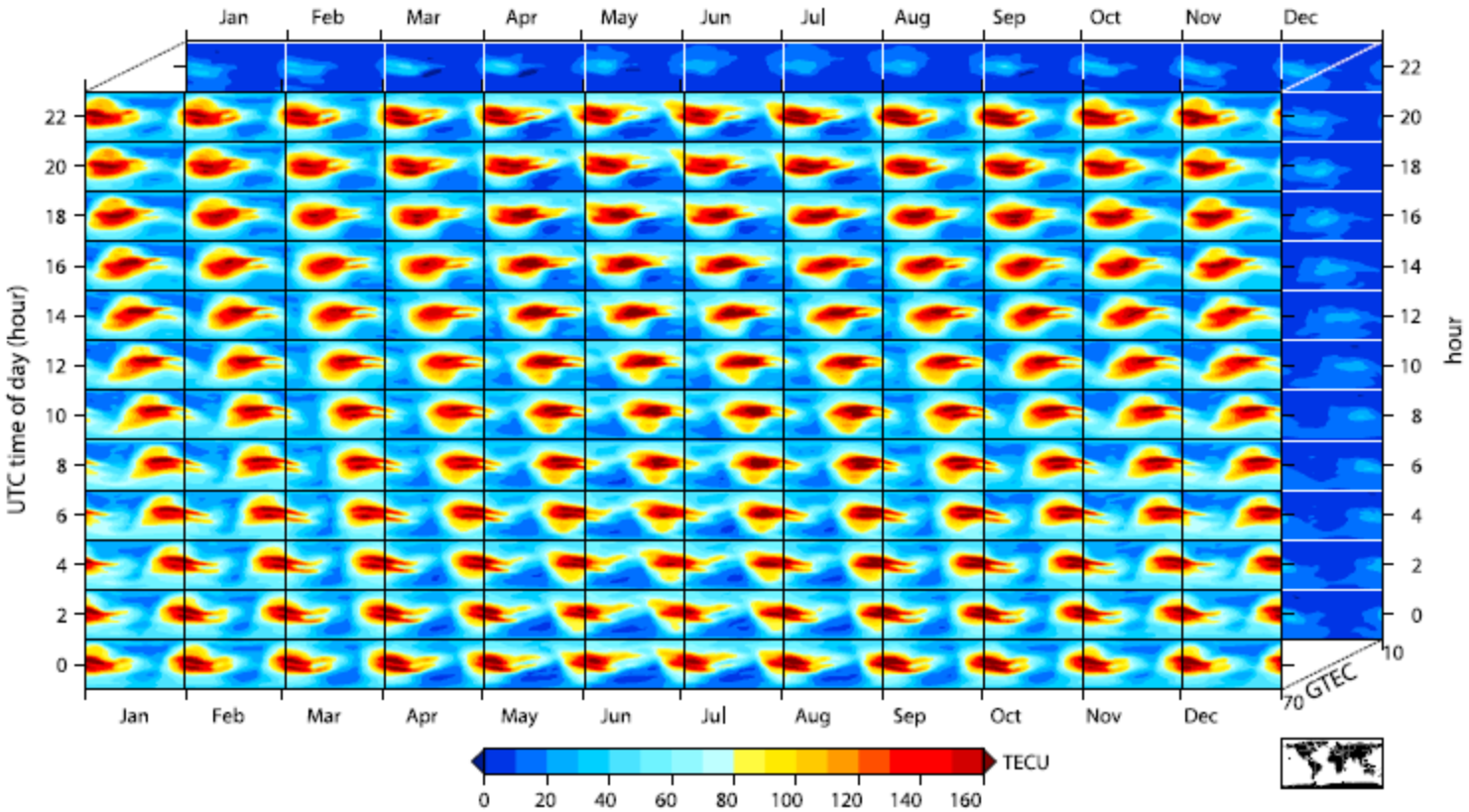


Figure 4. Illustration of the five-dimensional TEC climatology. The foreground shows the monthly and 2 hourly global grids at times of high solar activity (GTEC is 70 TECU). In the background are the solutions for low solar activity (GTEC is 10 TECU).

Scharroo & Smith, 2010, JGR

电子密度与哪些因素有关？

- 大气高程
- 地方时
- 太阳活动
- 季节
- 地理位置
- 地震活动等

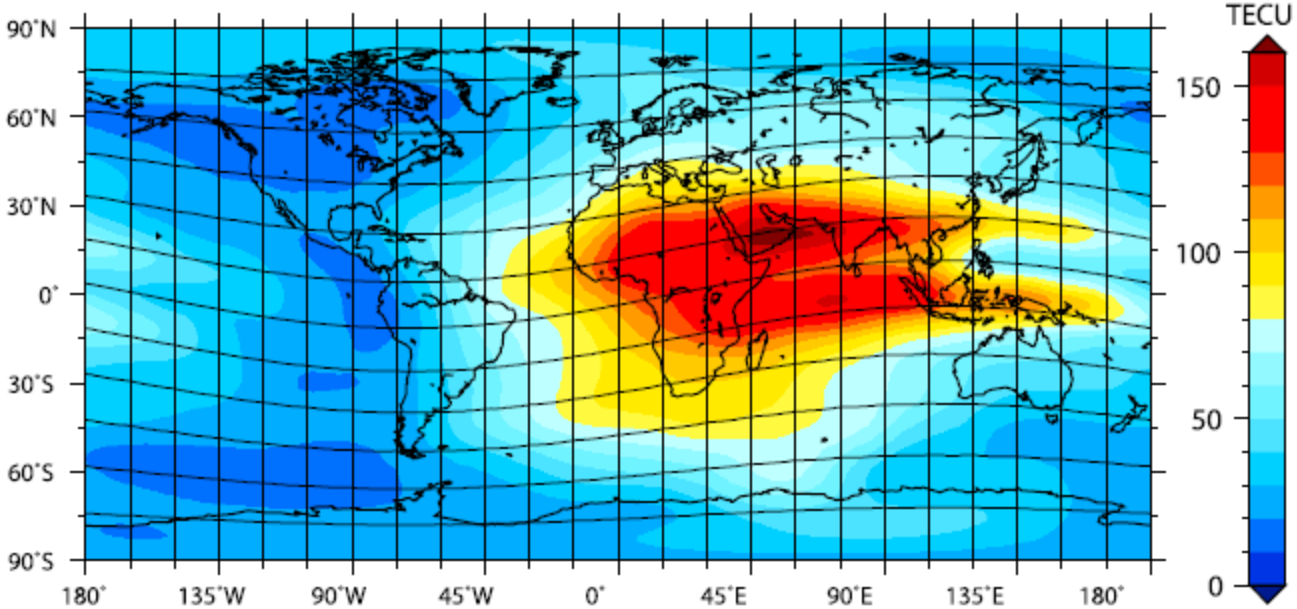


Figure 2. JPL GIM map of total electron content on 1 April 2000, 1100 UTC. The east-west curves follow geomagnetic latitude and mimic the preferential direction of the progression of the ionospheric features westward with time.

Scharroo & Smith, 2010, JGR

电子密度与哪些因素有关？

- 大气高程
- 地方时
- 太阳活动
- 季节
- 地理位置
- 地震活动等

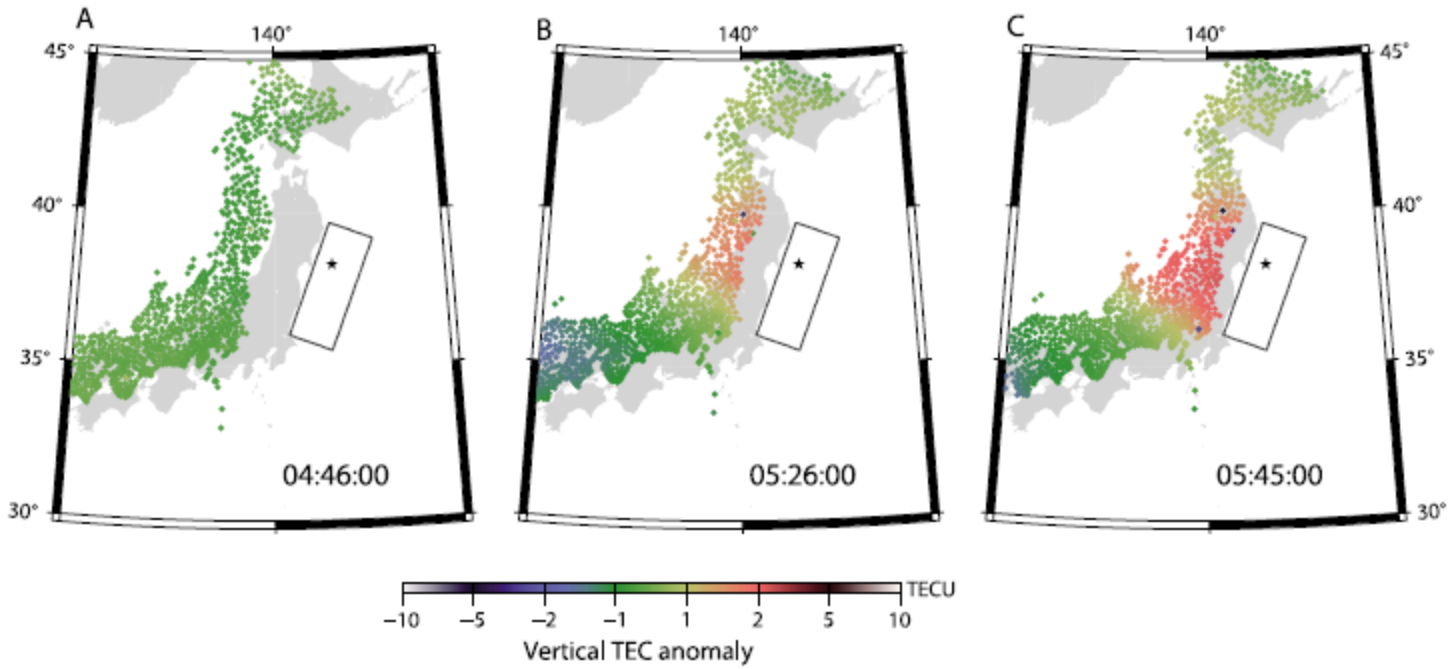


Figure 3. Vertical TEC anomalies at three time epochs, (a) 1 hour, (b) 20 minutes, and (c) 1 minute before the earthquake, observed at GEONET stations with the satellite 15. Positive anomalies (red color) are seen to grow near the focal region.

Heki, 2011, GRL

常用电离层延迟改正方法分类

- 经验模型改正
  - 方法：根据以往观测结果所建立的模型
  - 改正效果：差
- 双频改正
  - 方法：利用双频观测值直接计算出延迟改正或组成无电离层延迟的组合观测量
  - 效果：改正效果最好
- 实测模型改正
  - 方法：利用实际观测所得到的离散的电离层延迟（或电子含量），建立模型（如内插）
  - 效果：改正效果较好

经验模型改正（20-40%误差）

- Bent模型
  - R.B. Bent提出，描述电子密度
  - 是经纬度、时间、季节和太阳辐射流量的函数
- 国际参考电离层（IRI)
  - 由国际无线电科学联盟和空间研究委员会提出
  - 描述50-2000km高度区间电子密度、电子温度、电离层温度、电离层成分等
  - 以时间、地点等为参数
- 克罗布歇模型
  - 美国的克罗布歇提出
  - 描述电离层时延
  - 用于广播星历中播发

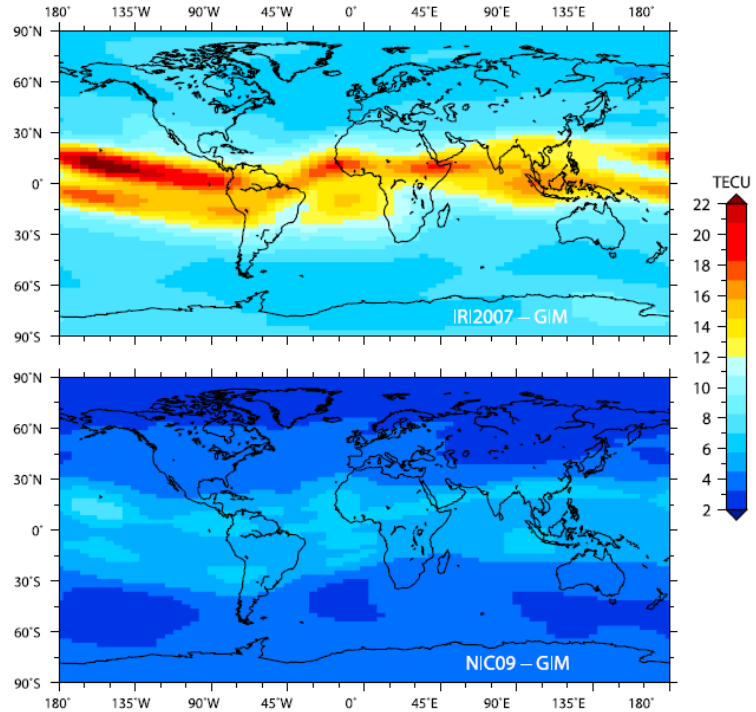


Figure 7. Root mean square difference between the JPL GIM maps and (top) the IRI2007 model and (bottom) our TEC climatology over the period of September 1998 to December 2008. The overall (area weighted) RMS differences are 10.7 and 4.5 TECU, respectively.

Scharroo & Smith, 2010, JGR

电离层延迟的双频改正

令$A=-40.3\cdot TEC$,设：

采用$L1$上的测距码所测定的站星距为ρ_1',

采用$L2$上的测距码所测定的站星距为ρ_2',

实际的站星距为S

则：$\rho=\rho_1'+\dfrac{A}{f_1^{\ 2}}=\rho_2'+\dfrac{A}{f_2^{\ 2}}$

得：$\Delta\rho=\rho_1'-\rho_2'=\dfrac{A}{f_2^{\ 2}}-\dfrac{A}{f_1^{\ 2}}=A\cdot\dfrac{f_1^{\ 2}-f_2^{\ 2}}{f_1^{\ 2}\cdot f_2^{\ 2}}=\dfrac{A}{f_1^{\ 2}}\cdot\dfrac{f_1^{\ 2}-f_2^{\ 2}}{f_2^{\ 2}}=\dfrac{A}{f_2^{\ 2}}\cdot\dfrac{f_1^{\ 2}-f_2^{\ 2}}{f_1^{\ 2}}$

即：$\Delta\rho=V^{ion}{}_1\cdot\dfrac{f_1^{\ 2}-f_2^{\ 2}}{f_2^{\ 2}}=V^{ion}{}_2\cdot\dfrac{f_1^{\ 2}-f_2^{\ 2}}{f_1^{\ 2}}=0.6469\cdot V^{ion}{}_1=0.3928\cdot V^{ion}{}_2$

故：

$V^{ion}{}_1=1.54573\cdot\Delta\rho$

$V^{ion}{}_2=2.54573\cdot\Delta\rho$

线性组合消除电离层影响

$$\varphi_{n,m} = m\tilde{\varphi}_1 + n\tilde{\varphi}_2$$

$$\boxed{\varphi_{ion} = m\frac{A}{f_1} + n\frac{A}{f_2}}$$

$$\varphi_{ion-free} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}\varphi_1 - \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1^2 - f_2^2}\varphi_2 = 2.54573\varphi_1 - 1.98368\varphi_2$$

$$\delta t_{ion-free} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \cdot \frac{A}{f_1} - \frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} \cdot \frac{A}{f_2} = 0$$

电离层延迟的实测模型改正

- 基本思想
  - 利用基准站的双频观测数据计算电离层延迟
  - 利用所得到的电离层延迟量建立局部或全球的TEC实测模型
- 类型
  - 局部模型
    - 适用于局部区域
  - 全球模型
    - 适用于全球区域

电离层延迟的实测模型改正

- 局部（区域性）的实测模型改正
  - 方法

$$TEC(\varphi, s) = \sum_{n=0}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^{m_{\max}} E_{nm} \cdot (\varphi - \varphi_0)^n \cdot (s - s_0)^m$$

其中：

φ为IP点的地心纬度，s为IP点的太阳时，$s = LT - \pi \approx UT + \lambda - \pi$;

$n_{\max}, m_{\max}$为以φ和s为变量的二元泰勒级数展开式的最高阶数；

E_{nm}为展开式的系数（待求）；

φ_0, s_0为原点坐标。

  - 适用范围：局部地区的电离层延迟改正

电离层延迟的实测模型改正

- 全球（大范围）的实测模型改正
  - 方法

$$TEC(\varphi,s)=\sum_{n=0}^{n_{\max}}\sum_{m=0}^{n}\tilde{P}_{nm}\cdot\sin\varphi\cdot(a_{nm}\cdot\cos ms+b_{nm}\cdot\sin ms)$$

其中：

φ为IP点的地心纬度，s为IP点的太阳时，$s=LT-\pi\approx UT+\lambda-\pi$;

$n_{\max}$为球谐展开式的最高阶数；

$\tilde{P}_{nm}=\Lambda(n,m)\cdot P_{nm}$为基于正规化函数$\Lambda(n,m)$和勒让德($Legendre$)多项式$P_{n,m}$的$n$阶$m$次正规化缔合勒让德($Legendre$)多项式；

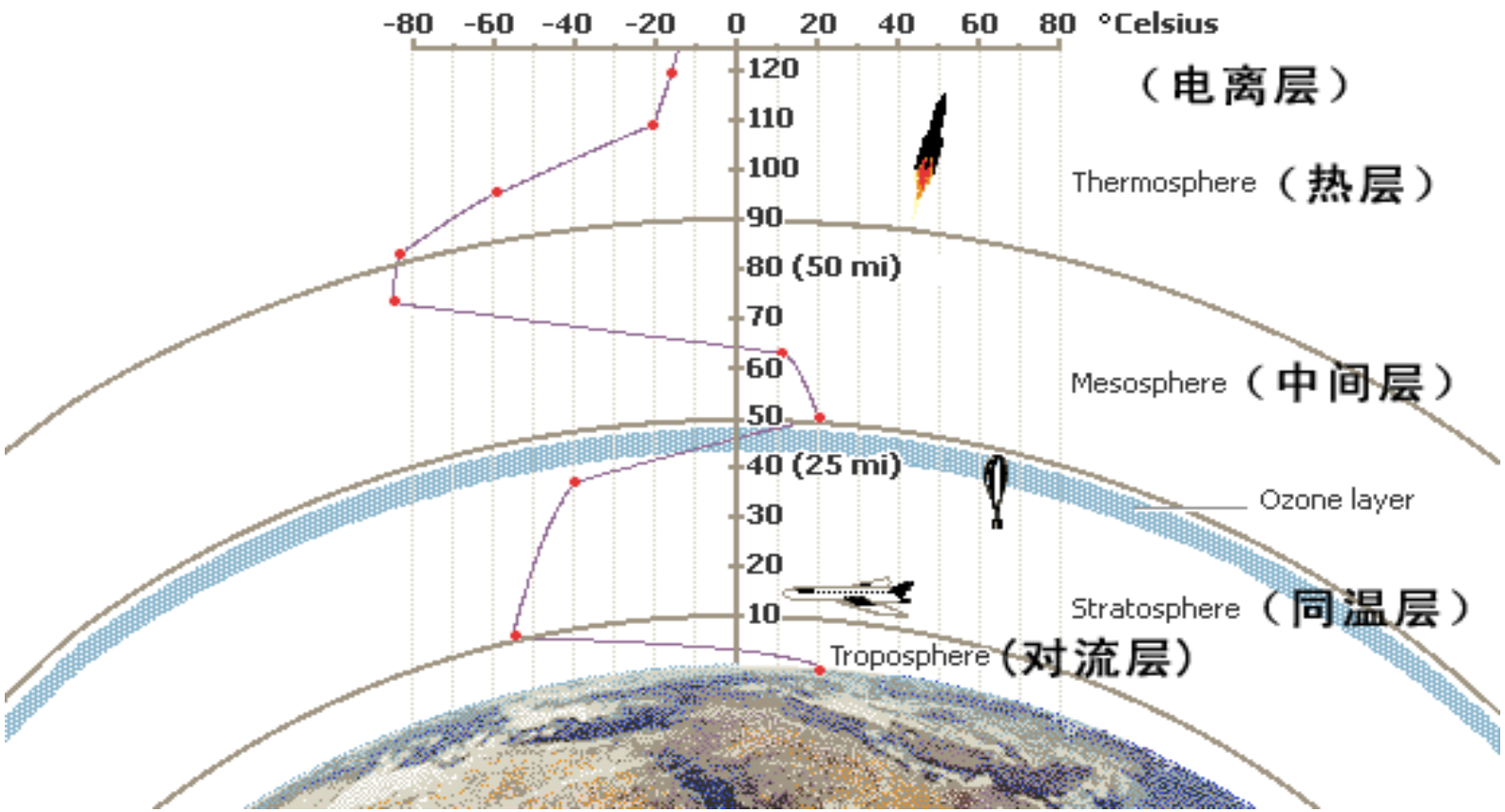
a_{nm},b_{nm}为球谐系数（待求）。

  - 适用范围：用于大范围和全球的电离层延迟改正
- 格网化的电离层延迟改正模型

6. 对流层延迟

对流层（Troposphere）

对流层：50km以下



大气折射效应

- 大气折射
  - 信号在穿过大气时，速度将发生变化，传播路径也将发生弯曲。也称大气延迟。在GPS测量定位中，通常仅考虑信号传播速度的变化。

$$\Delta S_{trop} = \int_S (n-1)dz$$

  - 折射数N

$$N = (n-1)\times 10^6$$

$$N = k_1 \frac{P_d}{T} + k_2 \frac{e}{T} + k_3 \frac{e}{T^2} + 1.45W$$

$$\boxed{N = k_1 \frac{P}{T} + k'_2 \frac{e}{T} + k_3 \frac{e}{T^2} + 1.45W} \quad where \quad k'_2 = k_2 - \frac{R_d}{R_v} k_1, \quad P = P_d + e$$

对流层延迟

- 将N带入，计算天顶向对流层延迟量为：

$$\boxed{DS_{trop} = k_1 R_d \int r\,dz + \int \left(k'_2 \frac{e}{T} + k_3 \frac{e}{T^2} \right) dz + 1.45 \int W\,dz}$$

Hydrostatic（“Dry”，干延迟）：$DS_{HZD} = k_1 R_d \int r\,dz$

Wet（湿延迟）：$DS_{WZD} = \int \left(k'_2 \frac{e}{T} + k_3 \frac{e}{T^2} \right) dz$

Liquid（液态水延迟）：$DS_{LZD} = 1.45 \int W\,dz$

干延迟

- 干延迟只依赖于大气总密度，因此，可以通过测量地面压强计算出来：

$$P_s = g_m \int \rho(z)\,dz$$

$$g_m = 9.784(1 - 0.0026\cos 2\varphi - 0.00028h)$$

g_m：重力加速度

φ：纬度

h：高程

$$\Delta S_{HZD} = k_1 R_d \int \rho dz = k_1 R_d \frac{P_s}{g_m}$$

- 天顶干延迟约2.3米，精度能达到1mm

湿延迟

$$\Delta S_{WZD} = \int \left(k'_2 \frac{e}{T} + k_3 \frac{e}{T^2} \right) dz$$

$$= R_v (k'_2 + k_3 \frac{1}{T_m}) \int \rho_v dz$$

$$= \rho_w R_v (k'_2 + k_3 \frac{1}{T_m}) \frac{1}{\rho_w} \int \rho_v dz$$

$$= \Pi^{-1} PWV$$

其中Π是一个无单位的常量，表示为：$\Pi = [\rho_w R_v (k'_2 + k_3/T_m)]^{-1}$。Bevis et al. (1992)研究表明$\Pi \approx 1.5 \times 10^{-7}$，它与平均温度有关。随着地点、季节和气候的改变，$\Pi$的变化范围一般在10%以内。$\rho_w$ 为液态水密度，PWV为可降水汽，定义为：

$$PWV = \frac{1}{\rho_w} \int \rho_v dz \tag{3.19}$$

值得注意的是，Π可以依据地面的气象参数（温度、压强等）计算，但PWV在高程方向没有很强的相关性，因此无法通过地面气象参数准确求得。湿延迟约占总延迟量的10%，在热带地区可能达到20%左右。

液态水延迟

$$DS_{LZD} = 1.45\int W\,dz$$
$$= 1.45 W_m L_c$$

其中$W_m = (\int W dz)/L_c$，L_c表示云层厚度（km）。从严格意义上讲，积云中的液态水滴属于弥散性介质，但是由于其弥散性非常弱，通常可以忽略不计。由3.20式可知，液态水延迟与含水量W_m有关，对于不同的云，液态水含量不同，表3.1列出了几种云的水含量（据 Hall et al., 1996）及由公式3.20计算的天顶延迟量。假设云层厚度为4 km，由表3.1可知，通常情况下，液态水延迟小于1 mm，但是对于积云，其延迟量最大可以达到10 mm。Kursinski et al. (1997) 估计液态水延迟约占湿延迟总量*的1–5%，即1–15 mm。

对流层的色散效应

- 对流层的色散效应
  - 折射率与信号波长的关系

$$N \times 10^6 = 287.604 + 1.6288 \cdot \lambda^{-2} + 0.0136 \cdot \lambda^{-4}$$

  - 对流层对不同波长的波的折射效应

	波长l	N*10e6
红光	0. 72	290. 7966
紫光	0. 40	298. 3153
L1	1902936. 728	287. 6040
L2	2442102. 134	287. 6040

  - 结论：对于GPS卫星所发送的电磁波信号，对流层不具有色散效应

对流层延迟对测距的影响

- 穿刺方向(Line of Sight）延迟量

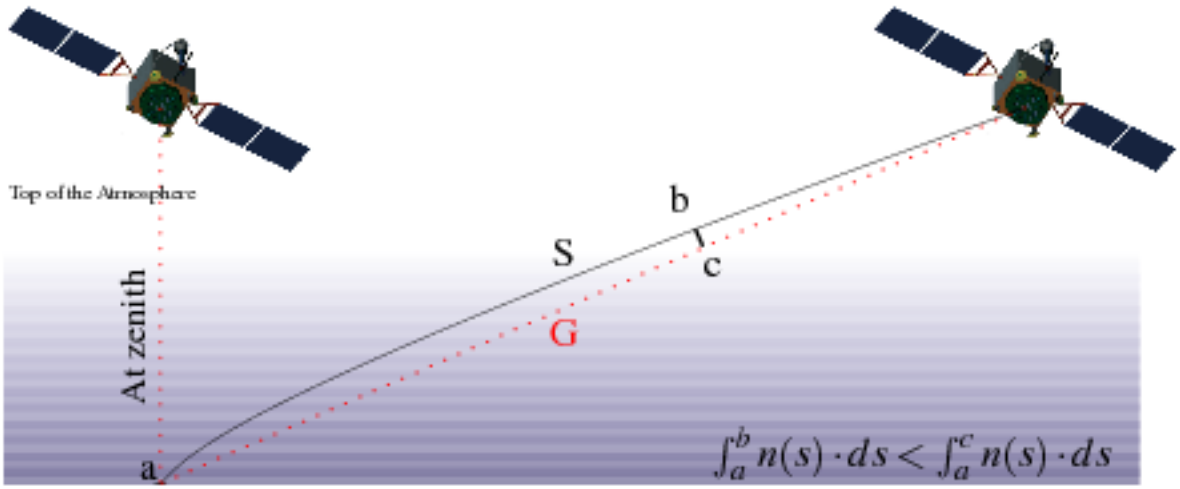
$$\mathrm{D}S_{TSD} = \mathrm{D}S_{HZD} \cdot m_H + \mathrm{D}S_{WZD} \cdot m_W$$

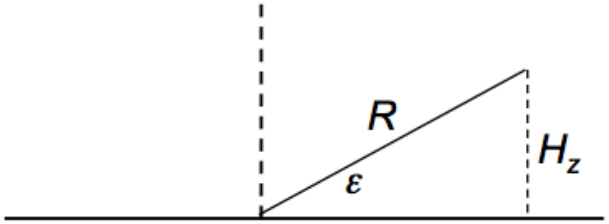
- 湿延迟通常指PWV和液态水的共同影响
- 干延迟并不是仅仅指干气的影响

投影函数

什么是投影函数？

将卫星观测值从穿刺方向（Line of Sight）投影到天顶方向（Zenith）的函数。





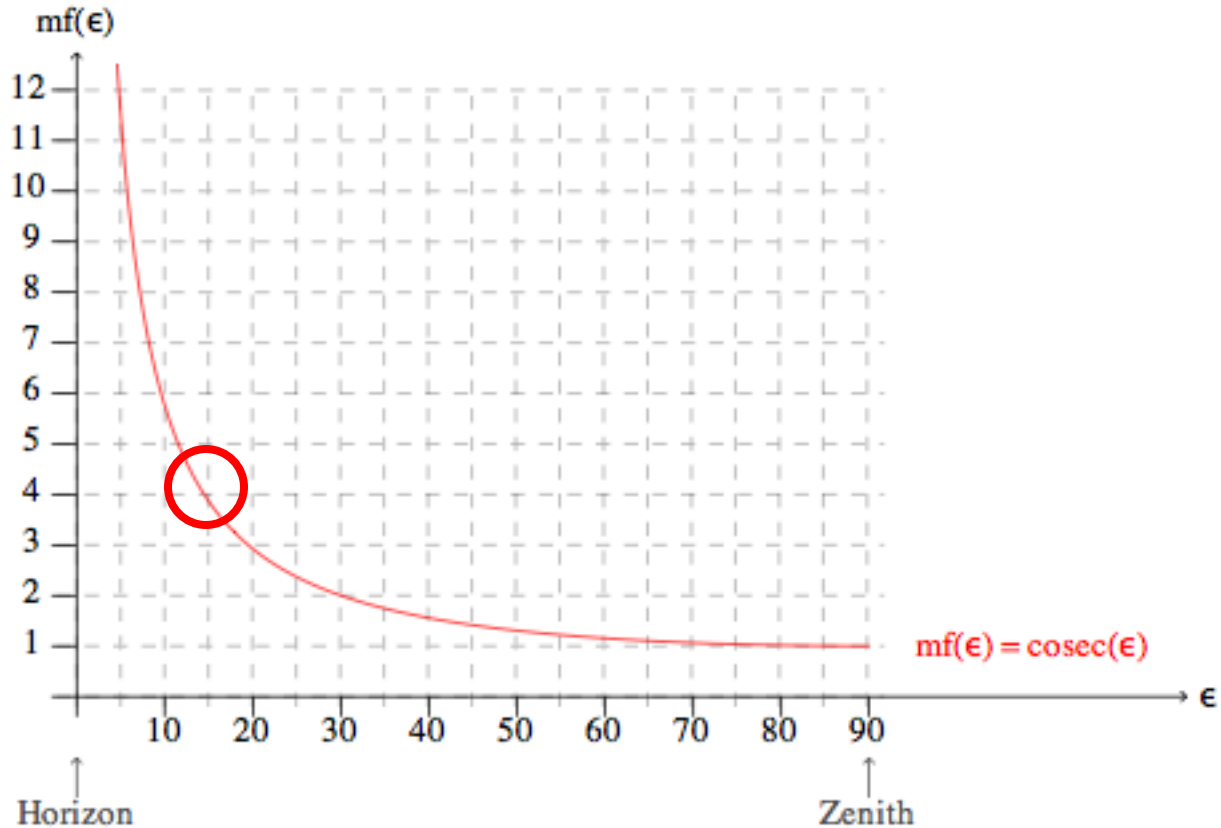
$$m(\varepsilon) = \frac{R}{H_z} = \frac{1}{\sin\varepsilon}$$

投影函数

▶ 简单投影函数

15度高度角方向的延迟约是天顶方向的4倍。

$$m = \frac{1}{\sin e}$$



投影函数

- Marini模型: a/b/c为常数(Marini, 1972, Radio Sci.)
- Niell模型：a/b/c受纬度、高程、时间等条件影响(Niell, 1996, JGR)
- 改进的Niell模型：a/b/c增加气象条件影响(Niell, 2000, EPS; Vey et al., 2006, GRL)

$$m = \frac{1}{\sin e + \dfrac{a}{\sin e + \dfrac{b}{\sin e + c}}}$$

$$m = \frac{1 + \dfrac{a}{1 + \dfrac{b}{1 + c}}}{\sin e + \dfrac{a}{\sin e + \dfrac{b}{\sin e + c}}}$$

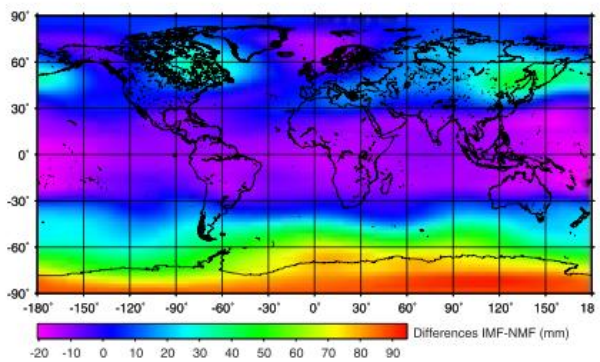


Figure 2. Global differences between the slant delay values of IMF and NMF at 5° elevation (mean over the year 2002).

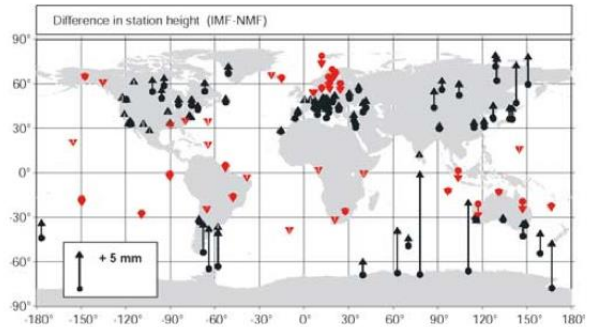


Figure 3. Mean differences in GPS station height estimates between the solutions from IMF and NMF for the year 2002. Most of the stations show an increase in station height estimates when using IMF (black arrows) and only few a decrease (red arrows).

对流层延迟误差改正方法

- 利用其它仪器实测改正（时间空间分辨率不足）
- 模型法
- 估计法（最小二乘或随机过程）

霍普菲尔德（Hopfield）模型

- 对流层折射模型

$$\Delta S = \Delta S_d + \Delta S_w = \frac{K_d}{\sin(E^2+6.25)^{1/2}} + \frac{K_w}{\sin(E^2+2.25)^{1/2}}$$

$$K_d = 155.2\times10^{-7}\times\frac{P_s}{T_s}\times(h_d - h_s)$$

$$K_w = 155.2\times10^{-7}\times\frac{4810}{T_s^2}\times e_s\times(h_w - h_s)$$

$$h_d = 40136 + 148.72(T_s - 273.16)$$

$$h_w = 11000$$

- 沿高度进行积分，导出垂直方向上的延迟
- 通过投影（映射）函数，得出信号方向上的延迟

萨斯塔莫宁（Saastamoinen）模型

- 原始模型

$$\Delta s=\frac{0.002277}{\sin E}[P_s+(\frac{1255}{T_s}+0.05)e_s-\frac{B}{tg^2E}]W(\varphi,h_s)+\delta R$$

其中：

$W(\varphi,h_s)=1+0.0026\cos 2\varphi+0.00028h_s$

B与h_s有关，可查表获得；

δR与E和h_s有关，可查表获得。

- 拟合后的模型

$$\Delta s=\frac{0.002277}{\sin E'}[P_s+(\frac{1255}{T_s}+0.05)e_s-\frac{a}{tg^2E}]$$

其中：

$E'=E+\Delta E$

$$\Delta E=\frac{16''}{T_s}(P_s+\frac{4810}{T_s}e)ctgE$$

$$a=1.16-0.15\times10^{-3}\times h_s+0.716\times10^{-8}h_s^{\ 2}$$

勃兰克（Black）改正模型

$$\Delta s = K_d\left[\sqrt{1-\left(\frac{\cos E}{1+(1-l_0)\frac{h_d}{h_s}}\right)^2}-b(E)\right]+K_w\left[\sqrt{1-\left(\frac{\cos E}{1+(1-l_0)\frac{h_w}{h_s}}\right)^2}-b(E)\right]$$

其中：

$$l_0 = 0.833+[0.076+0.00015\times(T-273)]^{-0.3\cdot E}$$

$$b = 1.92(E^2+0.6)^{-1}$$

$$h_d = 148.98(T_s-3.96)$$

$$h_w = 13000$$

$$K_d = 0.002312\times(T_s-3.69)\times\frac{P_s}{T_s}$$

$$K_w = 0.20$$

对流层改正模型综述

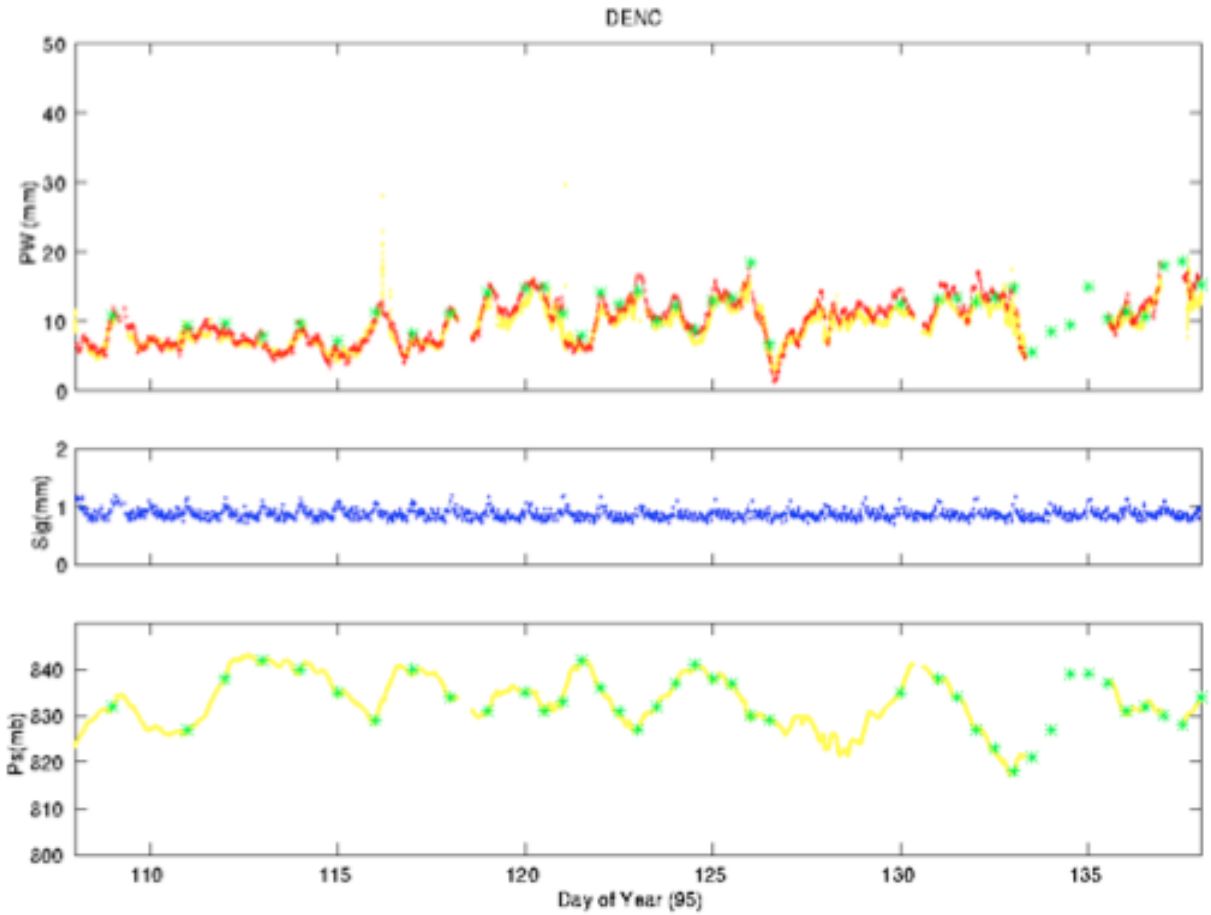
- 不同模型所算出的高度角30°以上方向的延迟差异不大
- Black模型可以看作是Hopfield模型的修正形式
- Saastamoinen模型与Hopfield模型的差异要大于Black模型与Hopfield模型的差异

对流层模型改正的误差分析

- 模型误差
  - 模型本身的误差
- 气象元素误差
  - 量测误差
    - 仪器误差
    - 读数误差
  - 测站气象元素的代表性误差
  - 实际大气状态与大气模型间的差异

GPS气象

- 若GPS对流层延迟能够精确估计，则估计的PWV可以用于气象研究（Bevis et al., 1992）。
- 方法：
  - GPS测量出ZTD
  - 结合地面观测的气象参数计算ZHD
  - ZWD = ZTD – ZHD
  - PWV = Π•ZWD



Red: GPS estimates
Yellow: water vapor radiometer measurements
Green stars: radiosonde measurements

GPS、气象卫星、InSAR对流层延迟

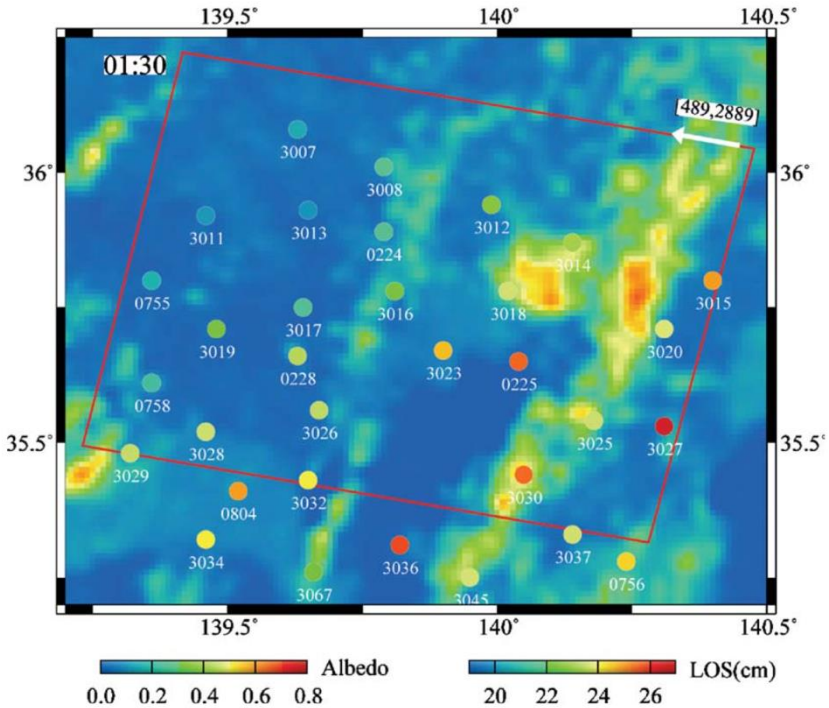


Fig. 4. Difference of the albedo images for Tokyo acquired by GMS-5 at 01:30 on February 8 and August 2, 1999.

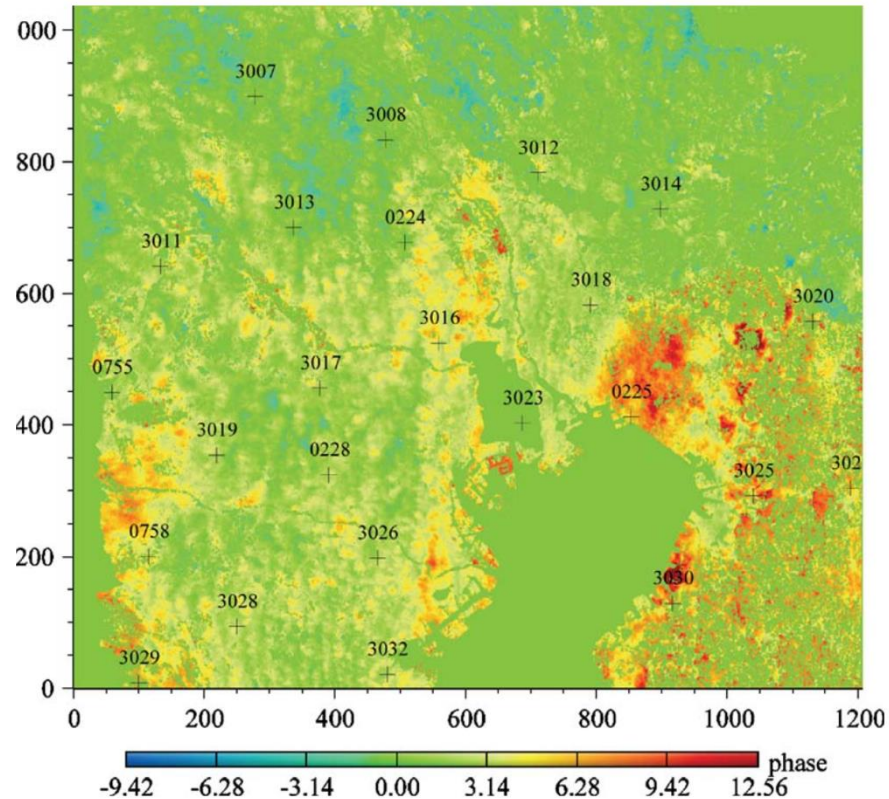
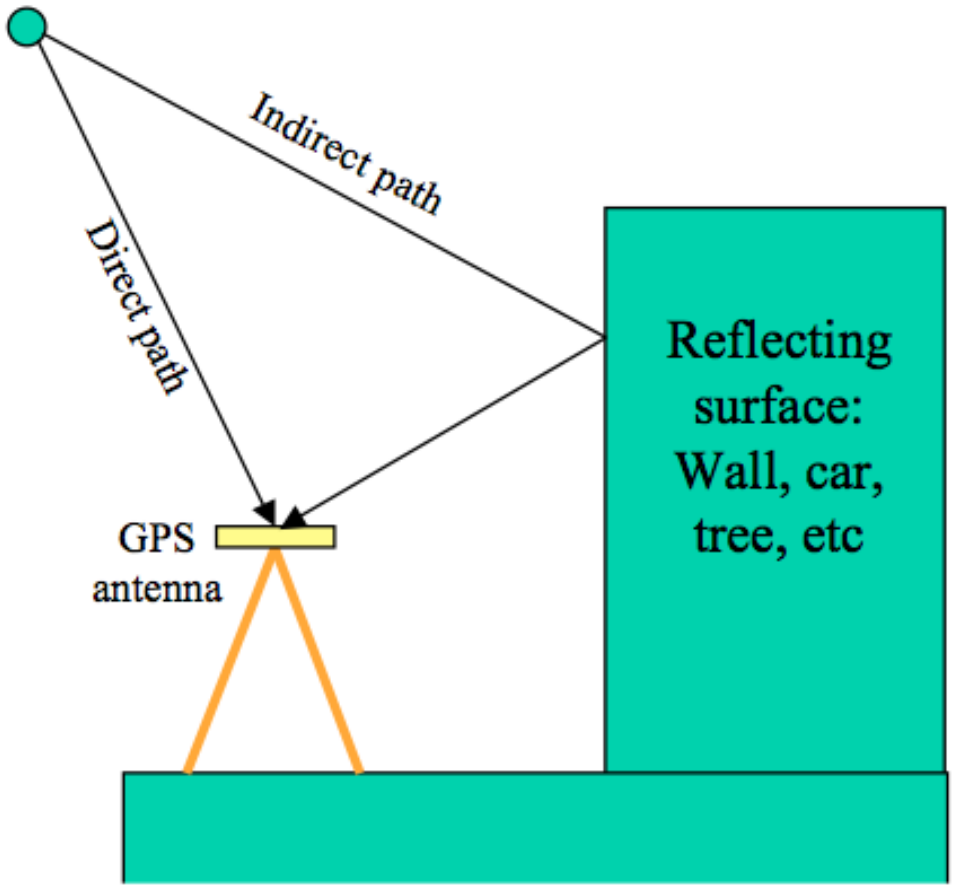


Fig. 3. Unwrapped phase with SNAPHU software.

7. 多路径误差

多路径误差与多路径效应

- 多路径（Multipath）误差
  - 在GPS测量中，被测站附近的物体所反射的卫星信号（反射波）被接收机天线所接收，与直接来自卫星的信号（直接波）产生干涉，从而使观测值偏离真值产生所谓的“多路径误差”。
- 多路径效应
  - 由于多路径的信号传播所引起的干涉时延效应称为多路径效应。



反射波

反射波的几何特性

- 距离差异

$$\Delta = GA - OA = GA - GA\cdot\cos 2z = GA\cdot(1-\cos 2z)$$
$$= \frac{H}{\sin z}\cdot(1-\cos 2z) = \frac{H}{\sin z}\cdot(1-(1-2\sin^2 z)) = 2\cdot H\cdot\sin z$$

- 相位差异

$$\theta = \frac{\Delta}{\lambda}\cdot 2\pi = \frac{4\pi\cdot H\cdot\sin z}{\lambda}$$

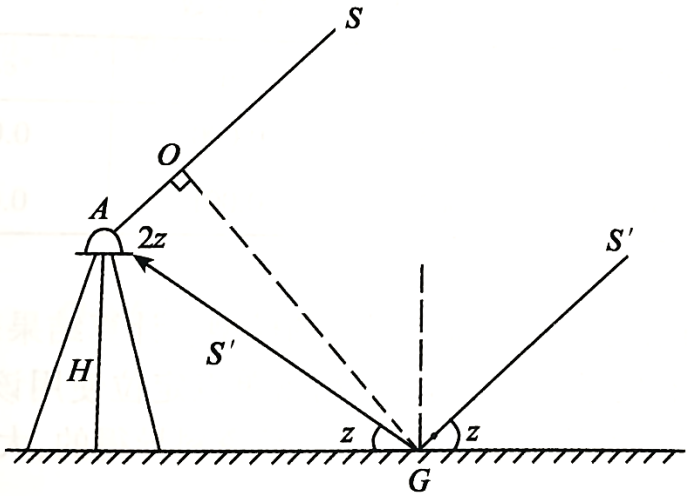


图 4-8　地面反射波

载波相位测量中的多路径误差

- 直接接收的信号： $S_d = U \cdot \cos \omega t$
- 反射来的多路径信号： $S_r = \alpha \cdot U \cdot \cos(\omega t + \theta)$
- 叠加的信号：

$$
\begin{aligned}
S = S_d + S_r &= U \cdot \cos \omega t + \alpha \cdot U \cdot \cos(\omega t + \theta) \\
&= U \cdot \cos \omega t + \alpha \cdot U \cdot \cos \omega t \cos \theta - \alpha \cdot U \cdot \sin \omega t \sin \theta \\
&= (1 + \alpha \cdot \cos \theta) \cdot U \cdot \cos \omega t - (\alpha \cdot \sin \theta) \cdot U \cdot \sin \omega t
\end{aligned}
$$

- 接收信号的另一种表示法：

$$
\begin{aligned}
S &= \beta \cdot U \cdot \cos(\omega t + \varphi) \\
&= \beta \cdot U \cdot \cos \omega t \cos \varphi - \beta \cdot U \cdot \sin \omega t \sin \varphi \\
&= (\beta \cdot \cos \varphi) \cdot U \cdot \cos \omega t - (\beta \cdot \sin \varphi) \cdot U \cdot \sin \omega t
\end{aligned}
$$

载波相位测量中的多路径误差

- 由上可知：

$$1+\alpha\cdot\cos\theta=\beta\cdot\cos\varphi$$
$$\alpha\cdot\sin\theta=\beta\cdot\sin\varphi$$

- 最终可得：

$$\beta=\sqrt{1+2\cdot\alpha\cdot\cos\theta+\alpha^2}$$
$$\varphi=arctg\left(\frac{\alpha\cdot\sin\theta}{1+\alpha\cdot\cos\theta}\right)$$

$$\theta=\frac{\Delta}{\lambda}\cdot 2\pi=\frac{4\pi\cdot H\cdot\sin z}{\lambda}$$

- 当有多个反射信号源时：

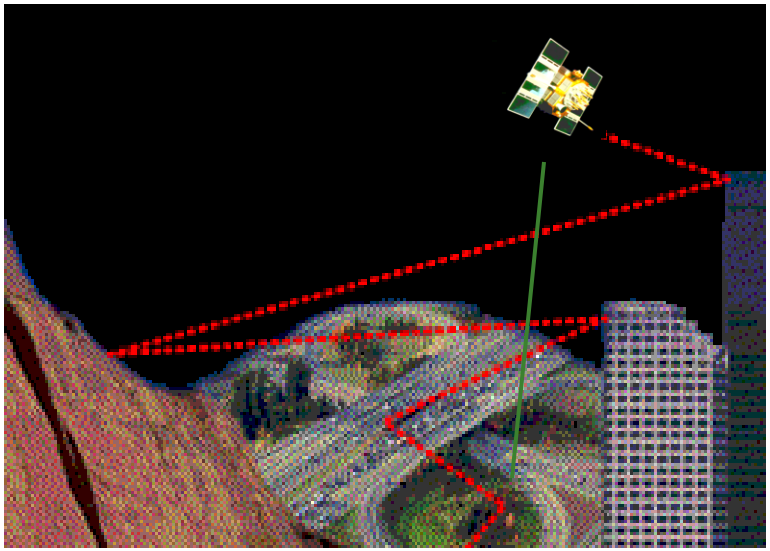
$$\varphi=\arctan\left(\sum_{i=1}^{n}a_i\cdot\sin\theta_i \Big/ 1+\sum_{i=1}^{n}a_i\cdot\cos\theta_i\right)$$

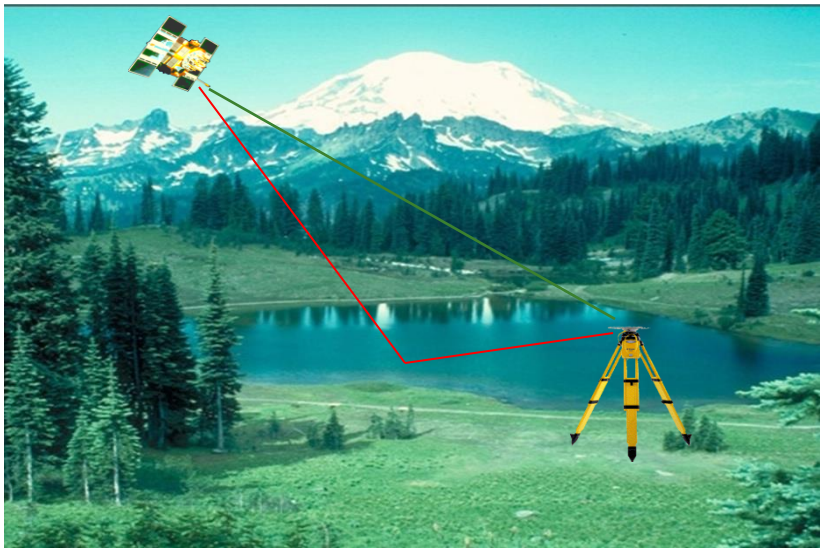
多路径误差的特点

- 与测站环境有关
- 与反射体性质有关
- 与接收机结构、性能有关

应对多路径误差的方法

- 观测上
  - 选择合适的测站，避开易产生多路径的环境





易发生多路径的环境

应对多路径误差的方法

- 硬件上
  - 采用抗多路径误差的仪器设备
    - 抗多路径的天线：带抑径板或抑径圈的天线，极化天线
    - 抗多路径的接收机：窄相关技术MEDLL(Multipath Estimating Delay Lock Loop)等

抗多路径效应的天线

应对多路径误差的方法

利用多路径测量土壤水分、积雪等（Larson et al., 2008, GRL）

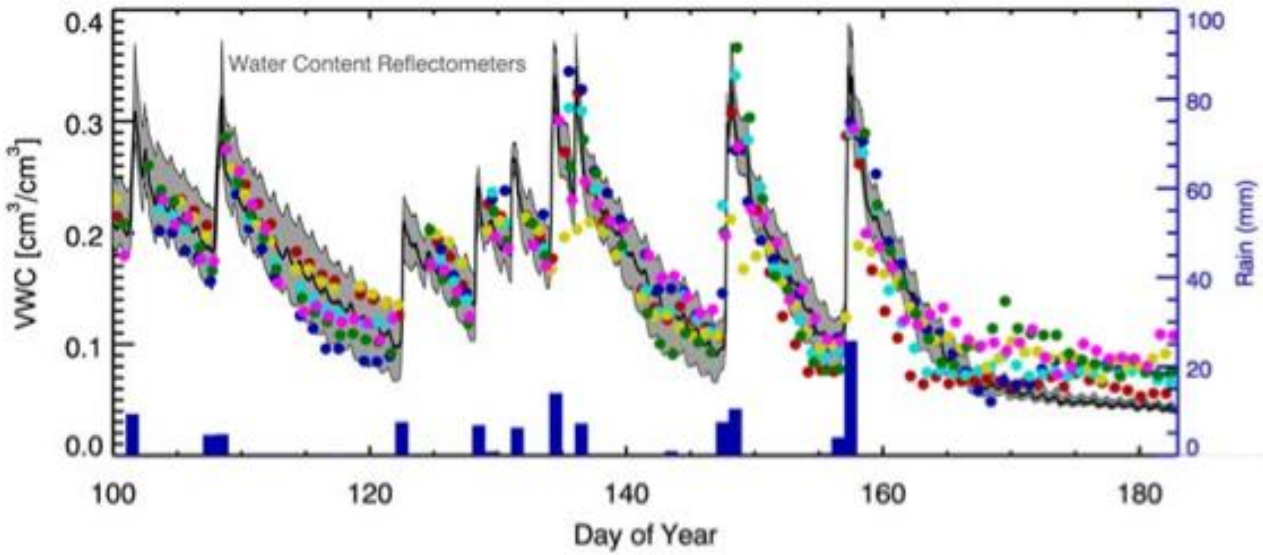
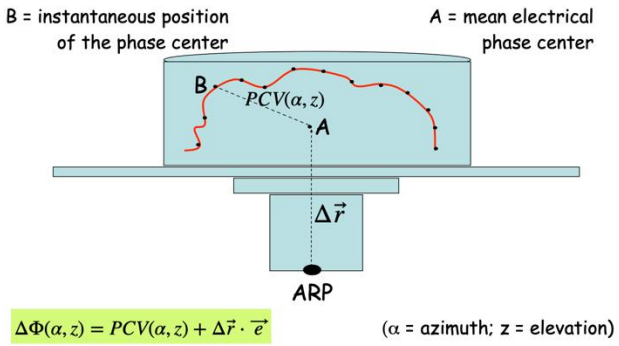


Figure 3. Variation in VWC from multiple GPS satellites (colors as in Figure S2) and water content reflectometers (WCR). The range of the five WCRs (Figure S3) is shown in grey and their mean is the black line. The daily precipitation totals are in blue. GPS measurements are only shown on days when there was no snow and the daily average temperature was above 3°C.

8. 其他误差改正

接收机的位置误差

- 定义：接收机天线的相位中心相对测站标石中心位置的偏差。
- 应对方法
  - 正确的对中整平
  - 采用强制对中装置（变形监测时）



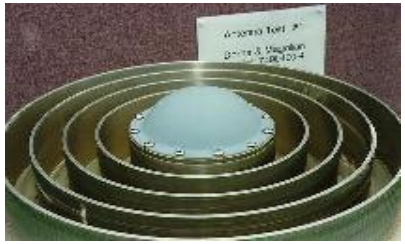
天线相位中心偏差改正

- 卫星天线相位中心偏差改正
- 接收机天线相位中心变化的改正

GPS测量和定位时是以接收机天线的相位中心位置为准的，天线的相位中心与其几何中心理论上应保持一致。可是接收机天线接收到的GPS信号是来自四面八方，随着GPS信号方位和高度角的变化，接收机天线的相位中心的位置也在发生变化。

应对方法

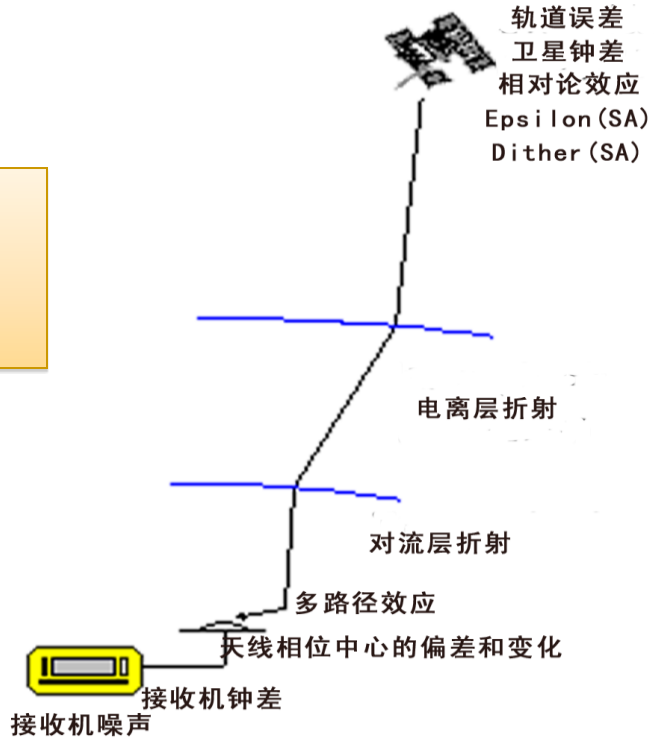
- 使用相同类型的天线并进行天线定向（限于相对定位）
- 模型改正: (igs14.atx) https://igs.org/wg/antenna/#files

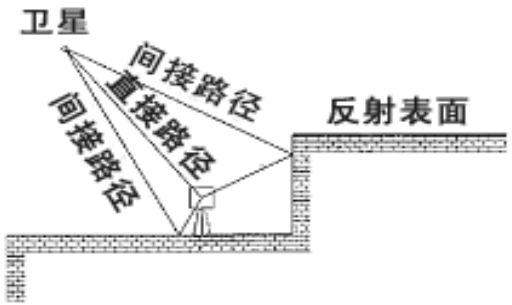


GPS测量误差总结

- 与卫星有关的误差
  - 卫星轨道误差
  - 卫星钟差
  - 相对论效应
- 与传播途径有关的误差
  - 电离层延迟
  - 对流层延迟
  - 多路径效应
- 与接收设备有关的误差
  - 接收机天线相位中心的偏移和变化
  - 接收机钟差
  - 接收机内部噪声

影响参考点
影响观测值





多路径效应

Thanks for Your Attention!